

Apoio ao estudo autónomo com questões parametrizadas em aulas invertidas

CNaPPES 2016

Universidade de Lisboa

14 e 15 de Julho de 2016

L. Descalço, P. Carvalho, P. Oliveira, J.P. Cruz,
D. Seabra, A. Caetano

Departamento de Matemática, Universidade de Aveiro

CIDMA]
CENTRO DE I&D EM MATEMÁTICA E APLICAÇÕES
CENTER FOR R&D IN MATHEMATICS AND
APPLICATIONS

FCT Fundação para a Ciência e a Tecnologia
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CIÊNCIA

This work was supported by CIDMA ("Center for Research & Development in Mathematics and Applications") and FCT ("FCT- Fundação para a Ciência e a Tecnologia") through project UID/MAT/04106 /2013 and grant SFRH/BSAB/114249/2016.

Índice

- Questões parametrizadas – MEGUA e PmatE
- Modelo Bayesiano - SIACUA
- Utilização e opiniões
- Expansão para flipped learning

Questões parametrizadas

- Em vez de

$$“1 + 1 = 2?”$$

temos

$$“x + y = z?, x, y, z \in \{1, 2, 3\}”$$

- Vantagens
 - Não dá para “copiar”
 - O aluno vê o essencial que não depende de parâmetros
 - Mais interessante para o prof que o copy/paste
 - ...
- Dois projetos em Aveiro: PmatE e MEGUA



Projeto Matemática Ensino (PmatE)

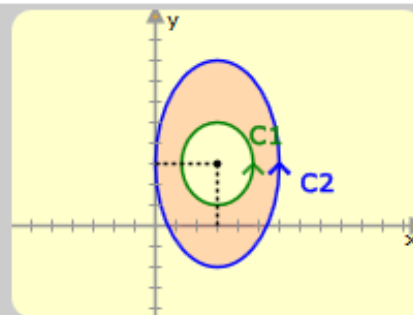
- Origem há 27 anos (matemática). Avaliação e diagnóstico (questões tipo V/F, parametrizadas).
- Atualmente: matemática, português, biologia, geologia, inglês, física, literacia financeira, química,...
- Ensino básico, secundário e superior
- Mais de **2000** “modelos geradores de questões” disponíveis (**1252** na matemática)
- Competições nacionais de ciência (média 10 mil alunos em 3 dias; 200 computadores; 400 alunos de cada vez)

Uma questão do PmatE

Sejam C_1 e C_2 as curvas de equação

$$\frac{1}{3} (x - 3)^2 + \frac{1}{4} (y - 3)^2 = 1 \text{ e } \frac{1}{9} (x - 3)^2 + \frac{1}{25} (y - 3)^2 = 1,$$

com orientação positiva. D a região limitada pelas curvas C_1 e C_2 .



A área da região D não é o valor de $\oint_{C_2} -ydx + ydy - \oint_{C_1} -ydx + ydy$

V

F

NR

O campo vectorial F definido por $F(x,y)=(-2y, -2x)$ não é conservativo.

V

F

NR

As funções: $r_1(t) = (\sqrt{3} \cos t + 3, 2 \sin t + 3)$ $t \in [0; 2\pi]$ e

$r_2(t) = (3 \cos t + 3, 5 \sin t + 3)$ $t \in [0; 2\pi]$ são parametrizações regulares, para as curvas C_1 e C_2 , respectivamente, que respeitam a orientação.

V

F

NR

A região D é conexa.

V

F

NR

As competições de ciência



MEGUA

- **M**athematics **E**xercise **G**enerator, **U**niversidade de **A**veiro
- Pacote para o Sage Mathematics:
 - Produção sem ajuda de programador
 - HTML e LaTeX (MathJAX)
 - Python para definir parâmetros
 - Envio imediato para a Web (SIACUA)

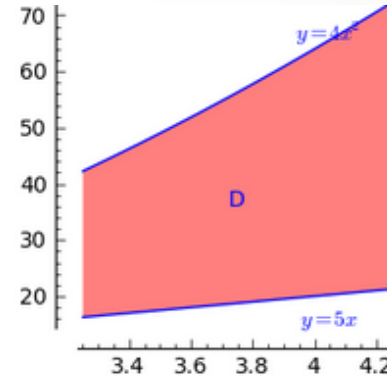
Uma questão do MEGUA

Seja f uma função integrável. Considere o integral

$$\iint_D f(x, y) \, dx \, dy$$

onde

$$D = \{(x, y) : \frac{13}{4} \leq x \leq \frac{17}{4}, \quad 5x \leq y \leq 4x^2\}.$$



Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

$$\iint_D f(x, y) \, dx \, dy = \int_{\frac{13}{4}}^{\frac{17}{4}} \int_{5x}^{4x^2} f(x, y) \, dy \, dx$$

$$\iint_D f(x, y) \, dx \, dy = \int_{5x}^{4x^2} \int_{\frac{13}{4}}^{\frac{17}{4}} f(x, y) \, dx \, dy$$

$$\iint_D f(x, y) \, dx \, dy = \int_{\frac{13}{4}}^{\frac{17}{4}} \int_{4x^2}^{5x} f(x, y) \, dy \, dx$$

$$\iint_D f(x, y) \, dx \, dy = \int_{\frac{13}{4}}^{\frac{17}{4}} \int_{\frac{109}{4}}^{\frac{289}{4}} f(x, y) \, dy \, dx$$

Resolução detalhada

[Ver a resolução \(sem responder à questão\)](#) ©

Resolução:

A região D é verticalmente simples.

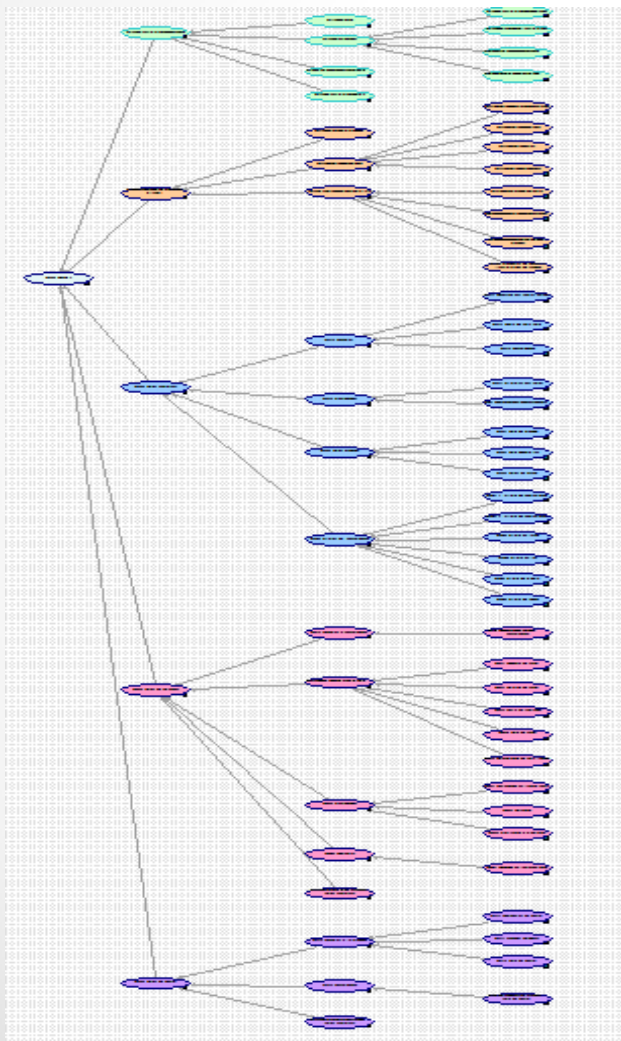
Para cada x variando entre $\frac{13}{4}$ e $\frac{17}{4}$, y varia entre a reta $y = 5x$ e a parábola $y = 4x^2$. Portanto, o integral escreve-se:

$$\iint_D f(x, y) \, dx \, dy = \int_{\frac{13}{4}}^{\frac{17}{4}} \int_{5x}^{4x^2} f(x, y) \, dy \, dx.$$

(segua-756)

Continuar

Mapas de conceitos e SIACUA



CÁLCULO II

ÍNDICE

ESTUDO AUTÓNOMO

MUDAR PASSWORD

LOGOUT

Estudo autónomo

Clique num tópico para fazer aparecer um exercício

<input type="checkbox"/>	Cálculo II (2000)
<input type="checkbox"/>	Transformada de Laplace (2100)
<input type="checkbox"/>	Definição (2110)
<input type="checkbox"/>	Transformada direta (2120)
<input type="checkbox"/>	Propriedades (2130)
<input type="checkbox"/>	Deslocamento na transformada (2131)
<input type="checkbox"/>	Transformada do deslocamento (2132)
<input type="checkbox"/>	Derivada da transformada (2133)
<input type="checkbox"/>	Transformada da derivada (2134)
<input type="checkbox"/>	Transformada de Laplace inversa (2140)
<input type="checkbox"/>	Equações diferenciais ordinárias (EDO's) (2200)
<input type="checkbox"/>	Definição e terminologia (2210)
<input type="checkbox"/>	EDO's de 1ª ordem (2220)
<input type="checkbox"/>	EDO's de variáveis separáveis (2221)
<input type="checkbox"/>	EDO's homogêneas (2222)
<input type="checkbox"/>	EDO's lineares (2223)
<input type="checkbox"/>	EDO's de Bernoulli (2224)
<input type="checkbox"/>	EDO's de ordem arbitrária (2230)
<input type="checkbox"/>	Conceitos e teoremas (2231)
<input type="checkbox"/>	Método da variação das constantes (2232)
<input type="checkbox"/>	Método dos coeficientes indeterminados (2233)
<input type="checkbox"/>	Problemas de Cauchy e transformada de Laplace (2234)
<input type="checkbox"/>	Séries Numéricas (2300)
<input type="checkbox"/>	Conceitos (2310)
<input type="checkbox"/>	Successão das somas parciais (2311)
<input type="checkbox"/>	Soma de uma série (2312)
<input type="checkbox"/>	Convergência (2313)
<input type="checkbox"/>	Propriedades (2320)
<input type="checkbox"/>	Aritmética das séries (2321)
<input type="checkbox"/>	Condição necessária de convergência (2322)
<input type="checkbox"/>	Séries especiais (2330)
<input type="checkbox"/>	Série de Mengoli (2331)
<input type="checkbox"/>	Série geométrica (2332)
<input type="checkbox"/>	Séries de Dirichlet (2333)
<input type="checkbox"/>	Critérios de convergência (2340)
<input type="checkbox"/>	1º critério de comparação (2341)
<input type="checkbox"/>	2º critério de comparação (2342)
<input type="checkbox"/>	Critério da razão (2343)
<input type="checkbox"/>	Critério da raiz (2344)
<input type="checkbox"/>	Critério do integral (2345)
<input type="checkbox"/>	Critério de Leibniz (2346)
<input type="checkbox"/>	Séries de potências (2400)
<input type="checkbox"/>	Raio, domínio e intervalo de convergência (2410)
<input type="checkbox"/>	Fórmula, polinómio e série de Taylor (2420)
<input type="checkbox"/>	Polinómio de Taylor (2421)
<input type="checkbox"/>	Fórmula de Taylor (2422)
<input type="checkbox"/>	Resto de Lagrange (2423)
<input type="checkbox"/>	Série de Taylor (2424)
<input type="checkbox"/>	Aproximação de uma função (2425)
<input type="checkbox"/>	Propriedades (2430)
<input type="checkbox"/>	Continuidade da função soma (2431)
<input type="checkbox"/>	Derivação (2432)
<input type="checkbox"/>	Primitivação e integração (2433)
<input type="checkbox"/>	Teoremas (2440)
<input type="checkbox"/>	Unicidade da representação (2441)
<input type="checkbox"/>	Aplicação ao cálculo da soma de séries numéricas (2450)
<input type="checkbox"/>	Séries de Fourier (2500)
<input type="checkbox"/>	Conceitos e terminologia (2510)
<input type="checkbox"/>	Funções periódicas (2511)
<input type="checkbox"/>	Coefficientes de Fourier (2512)
<input type="checkbox"/>	Série de Fourier (2513)
<input type="checkbox"/>	Convergência (2520)
<input type="checkbox"/>	Teorema de Dirichlet e soma da série de Fourier (2521)
<input type="checkbox"/>	Aplicação ao cálculo da soma de séries numéricas (2530)

Conceitos e questões

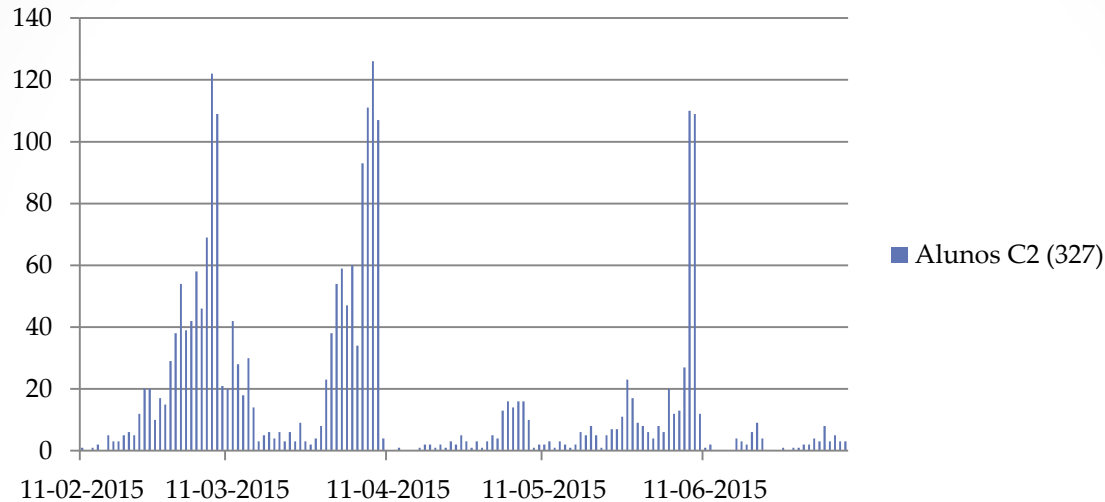
- Relação de agregação entre conceitos: árvores
- Relação de pré-requisito: sugestões
- Associação de questões a vários conceitos
- Cálculo das barras de progresso com base nas respostas às questões

Modelo Bayesiano

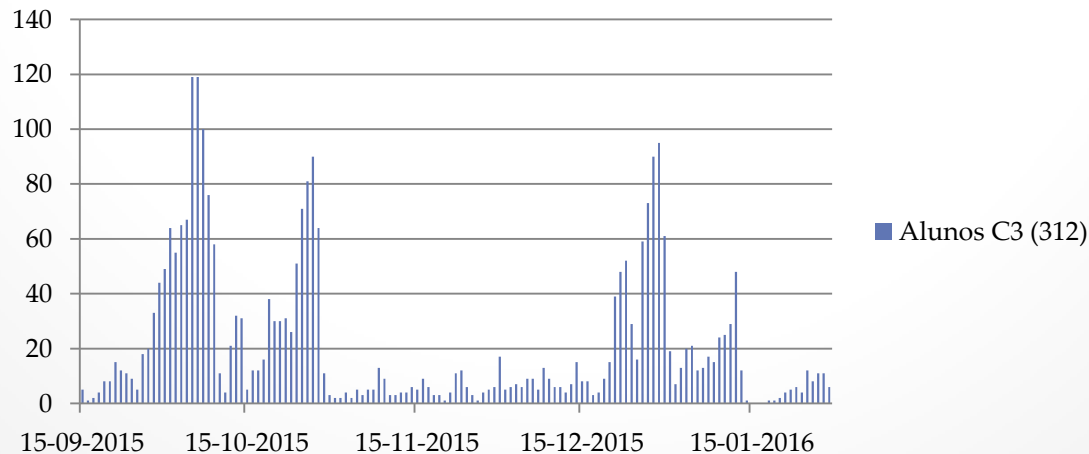
- Cálculo do “belief” com base nas evidências (o real conhecimento do aluno nunca se sabe)
- Grafo em que alguns nós representam conceitos e outros representam evidências
- Probabilidades condicionadas nos nós do grafo
 - Conceitos: soma dos pesos
 - Evidências: cálculo a partir de parâmetros slip, guess, nível, discriminação

Dados de utilização

Alunos C2 (327)

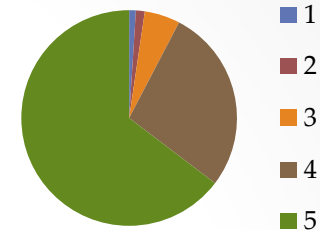


Alunos C3 (312)

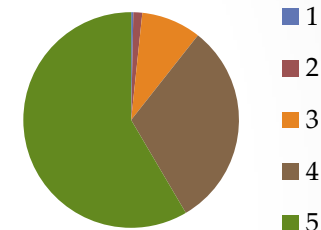


Opinião dos alunos (320)

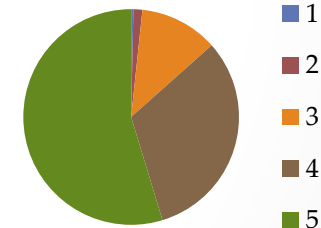
É importante saber de imediato se as minhas respostas estão corretas (4,54)



É melhor ter uma aplicação dedicada de apoio ao estudo autónomo, como o SIACUA do que ter apenas o material disponibilizado no Moodle (4,46)

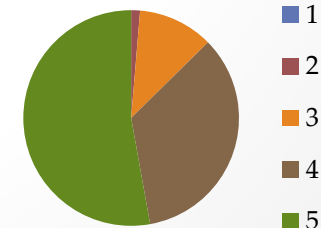


É importante que estejam disponíveis as resoluções detalhadas das questões de escolha múltipla (4,39)



Embora exista o Siacua para o estudo autónomo as aulas são importantes (4,39)

- **Feedback muito positivo com muitos alunos a agradecerem aos professores.**



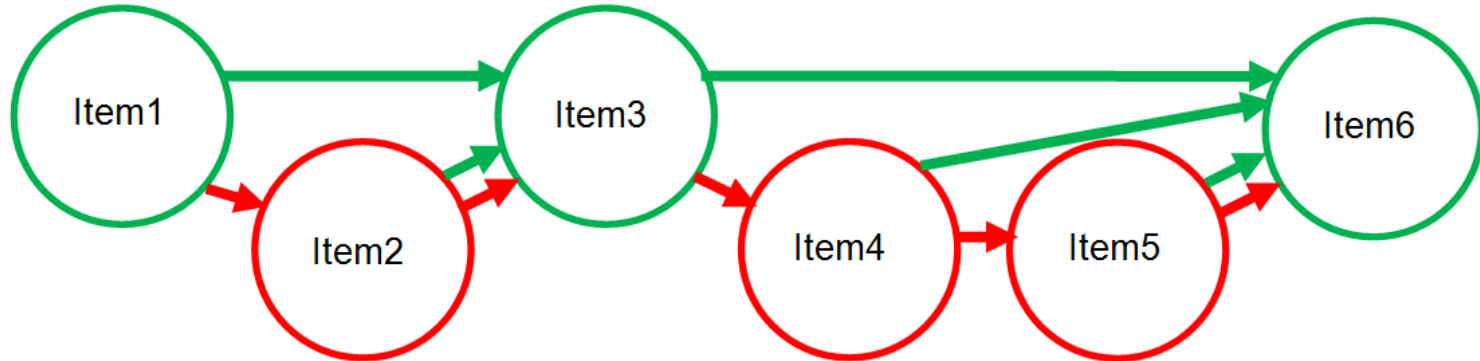
Expansão do sistema para flipped learning

- Questões PmatE: avaliação (competições)
- Questões MEGUA: aprendizagem e diagnóstico
- MOTRAC - modelo de trajetórias de aprendizagem conceitual (Canto Filho, 2015): Teoria da aprendizagem significativa (Ausubel, 1980) e Teoria da carga cognitiva (Sweller, 1988)
- Exposição (para os alunos usarem antes das aulas):
 - VMLO: Playlists de vídeos curtos (< 5min)
 - Introdução, resgate
 - MCMLLO: Múltiplas escolhas com múltiplo feedback
 - Exposição, decompor conceitos

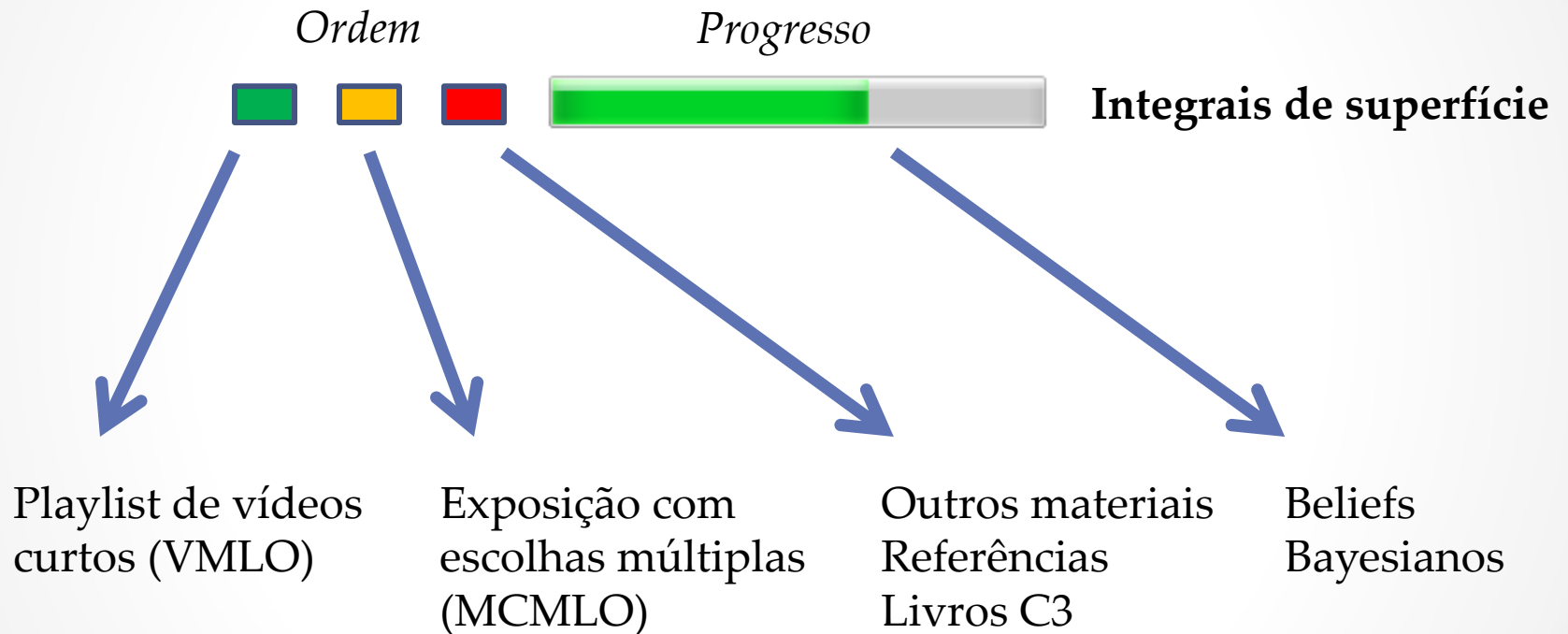
Trajetórias entre conceitos

- A rede Bayesiana é usada para decidir
- Beliefs baixos: sugestões de conceitos pré-requisitos
- Beliefs altos: mais OAs (apropriados) disponíveis nos conceitos
- Beliefs mínimos para disponibilizar o OA
 - Nos conceitos de partida (subsunçores)
 - No conceito de chegada (objetivo)

Trajetória dentro do OA



Progresso no estudo autónomo



[Designer Web em julho](#)

Sala de aula invertida – flipped learning

- Acabar de vez com o mito “Tenho que dar a matéria”
- Principal dificuldade: alunos estudarem antes da aula – Sistema proposto para estudo autónomo
- Aulas:
 - Aprendizagem ativa
 - Tempo de comunicação muito maior do que no “tradicional ir ao quadro”
 - Muito mais acesso do professor a pensamentos e dúvidas dos alunos
 - Necessidade de material e planeamento apropriado

Referências

- Sistema Interativo de Aprendizagem, Universidade de Aveiro (**SIACUA**), <http://siacua.web.ua.pt>
- Eva Millán, Luís Descalço, Gladys Castillo, Paula Oliveira e Sandra Diogo, **Using Bayesian networks to improve knowledge assessment**, Computers and Education, Volume 60, Issue 1, January 2013, Pages 436-447.
- Canto Filho, A.B. Do (2015). **MOTRAC** - Conceptual learning trajectory model. PhD Thesis. Porto Alegre, Brazil: Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
- Projeto Matemática Ensino (**Pmate**), Universidade de Aveiro, <http://pmate.ua.pt>
- Mathematics Exercise Generator, Universidade de Aveiro (**MEGUA**), <http://www.megua.org>

Referências

- Eva Millán, José Luis Pérez-de-la-Cruz, **A Bayesian Diagnostic Algorithm for Student Modeling and its Evaluation**, User Modeling and User-Adapted Interaction, 2002, Volume 12, Issue 2-3, pp 281-330
- Pedro Cruz, Paula Oliveira, Dina Seabra. **Exercise templates with Sage Math**. Tbilisi Mathematical Journal. Volume 5, No. 2 (2012),pp 37-44
- Matemática: Ensino e Avaliação no (ensino) Superior (**MATEAS**).
<http://mateas.wikidot.com/>
- Descalço, L., & Carvalho, P. (2015). **Using Parameterized Calculus Questions for Learning and Assessment**. *Proceedings of 10ª Conferência Ibérica de Sistemas e Tecnologias de Informação* (pp. 710-714). Águeda. University of Aveiro.
- Descalço L., Carvalho, P., Cruz, J.P., Oliveira, P., & Seabra, D. (2015a). **Using Bayesian Networks and Parametrized Questions in Independent Study**. *EDULEARN15 Conference* (pp. 3361-3368). Barcelona, Spain: IATED.
- Descalço, L., Carvalho, P., Cruz, J.P., Oliveira, P., & Seabra, D. (2015b). **Computer-assisted independent study in multivariate calculus**. *EDULEARN15 Conference* (pp. 3352-3360). Barcelona, Spain: IATED.